

## RISOLUZIONE DI UN TRIANGOLO RETTANGOLO

Premesso che gli elementi di un triangolo sono sei : tre lati e tre angoli ; **risolvere un triangolo significa determinare le misure di tutti i lati e tutti gli angoli, una volta noti tre elementi del triangolo fra cui almeno uno è un lato.**

Ricordiamo che quando si parla di un triangolo di vertici A,B e C adottiamo sempre la seguente nomenclatura:

- con le lettere minuscole a, b, e c indicheremo rispettivamente le misure dei lati opposti ai vertici A, B e C ;
- con le lettere  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  indicheremo gli angoli rispettivamente di vertici A, B e C o le loro misure.
- se i triangoli sono rettangoli, indicheremo con  $\alpha$  l'angolo retto e di conseguenza a sarà la misura dell'ipotenusa mentre b e c la misura dei cateti. Inoltre l'angolo  $\beta$  sarà opposto al cateto b ed adiacente al cateto c, mentre l'angolo  $\gamma$  sarà opposto al cateto c ed adiacente al cateto b.

**Nel caso di un triangolo rettangolo, essendo  $\alpha = 90^\circ$ , per la sua risoluzione ci occorrono solo due elementi di cui almeno uno deve essere un lato.**

Per risolvere un triangolo rettangolo ci serviremo dei Teoremi sui triangoli rettangoli. I casi che si possono verificare sono i seguenti:

Ogni caso sarà illustrato tramite un esempio guidato.

**1° caso** Risolvere un triangolo rettangolo conoscendo le misure dei suoi cateti

$$b = 3 \text{ e } c = 3\sqrt{3}$$

Bisogna pertanto calcolare:

$$a ? , \beta ? , \gamma ?$$

si deve utilizzare una formula che contiene entrambi gli elementi noti per poter ricavare il terzo che non si conosce, ci serviremo, pertanto, del 2° teorema :

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{c}{b} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3} \Rightarrow \gamma = 60^\circ \Rightarrow \beta = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

Noti gli angoli acuti devo calcolare a , in questo caso non mi resta che utilizzare il primo teorema ( è l'unico in cui compare l'ipotenusa) :

$$b = a \operatorname{sen}\beta \Rightarrow a = \frac{b}{\operatorname{sen}\beta} = \frac{3}{\frac{1}{2}} = 6 \Rightarrow a = 6$$

**2° caso** Risolvere un triangolo rettangolo noti  $a = 14$  e  $b = 7$ .

Bisogna trovare :

$c?$  ,  $\beta ?$  ,  $\gamma ?$

Si deve scrivere una formula che contiene  $a$  e  $b$  ,quindi bisogna usare il primo teorema e ricavare il termine che non si conosce:

$$b = a \operatorname{sen}\beta \Rightarrow \operatorname{sen}\beta = \frac{b}{a} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2} \Rightarrow \beta = 30^\circ \Rightarrow \gamma = 90^\circ - \beta = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

Per ricavare  $c$  ,avendo tutti gli altri elementi conviene applicare il primo teorema preferendolo al teorema di Pitagora perché i calcoli sono più veloci :

$$c = a \operatorname{sen}\gamma = 14 \frac{\sqrt{3}}{2} = 7\sqrt{3}$$

**3° caso** Risolvere un triangolo rettangolo noti  $b = 4$  e  $\gamma = 40^\circ$ .

Bisogna trovare :

$c?$  ,  $a?$  ,  $\beta?$

$$\text{Intanto noto } \gamma = 40^\circ \Rightarrow \beta = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$

Si deve ora trovare una formula che contiene un cateto ( $b$  nel nostro caso) ed un angolo, si può utilizzare sia il primo teorema (per calcolare  $a$ ) che il secondo teorema (per calcolare  $c$ ) quello che si preferisce ;

utilizziamo il primo per trovare l'ipotenusa :

$$b = a \operatorname{sen}\beta \Rightarrow a = \frac{b}{\operatorname{sen}\beta} = \frac{4}{\operatorname{sen}50^\circ} \cong 5,19$$

Per calcolare  $c$  si utilizza il primo teorema :

$$c = a \operatorname{sen}\gamma \cong 5,19 \operatorname{sen}40^\circ = 3,34$$

**4° caso** Risolvere un triangolo rettangolo noti  $a = 6$ ,  $\beta = 35^\circ$

Bisogna trovare :

$b?$ ,  $c?$ ,  $\gamma?$

Intanto si calcola  $\gamma = 90^\circ - \beta = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$

per calcolare i due cateti si applica il primo teorema ( è quello in cui è coinvolta l'ipotenusa a noi nota) :

$$c = a \operatorname{sen} 55^\circ = 6 \operatorname{sen} 55^\circ \cong 4,91$$

$$b = a \operatorname{sen} 35^\circ = 6 \operatorname{sen} 35^\circ \cong 3,44$$

## OSSERVAZIONI

- a) Avrete notato che nella risoluzione degli esercizi non è stato mai utilizzato il teorema di Pitagora, questo per scelta in quanto in generale utilizzando i teoremi sui triangoli rettangoli si fanno meno calcoli non avendo da calcolare né quadrati né radici quadrate.
- b) Osserviamo che quando non si conoscono le funzioni goniometriche di un angolo bisogna ricorrere all'uso della calcolatrice ed approssimare i valori arrotondando ai centesimi (come nel terzo e quarto caso).
- c) SI PRECISA che il modo in cui sono stati risolti gli esercizi non è l'unico in quanto nelle formule ,per esempio, potete utilizzare il coseno al posto del seno; oppure utilizzare ,potendo, un teorema al posto di un altro cambiando l'incognita da trovare(come per esempio nel caso tre utilizzando il secondo teorema si poteva calcolare l'altro cateto e poi l'ipotenusa sempre con il primo teorema). La cosa importante è capire come vanno utilizzati i teoremi.

**BUON LAVORO !!!**