

PARABOLA CON ASSE VERTICALE

Si definisce parabola il luogo geometrico di punti P del piano equidistanti da un punto F detto fuoco e da una retta d detta direttrice (con F non appartenente a d).

Si definisce vertice della parabola il punto medio della distanza di F dalla retta d e viene rappresentato con V.

Si definisce asse di simmetria della parabola la retta passante per V ed F, perpendicolare alla retta d.

L'equazione di una parabola con asse parallelo all'asse y è

$$y = ax^2 + bx + c \quad \text{con } a \neq 0$$

avente

- vertice in $V\left(\frac{-b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$ con $\Delta = b^2 - 4ac$
- asse di simmetria la retta di equazione $x = -\frac{b}{2a}$
- fuoco in $F\left(-\frac{b}{2a}; \frac{1-\Delta}{4a}\right)$
- per direttrice la retta d di equazione $y = \frac{-1-\Delta}{4a}$

LEGAMI TRA COEFFICIENTI DELL'EQUAZIONE DELLA PARABOLA ED IL SUO GRAFICO

Il grafico di una parabola di equazione $y = ax^2 + bx + c$ è influenzato dai coefficienti a, b e c secondo il seguente schema :

- $a > 0 \Rightarrow$ la parabola ha la concavità verso l'alto

- $a < 0 \Rightarrow$ la parabola ha la concavità verso il basso

- b è legato alla posizione dell'asse della parabola :

se è $b \neq 0$ allora l'asse di simmetria è parallelo all'asse y,

se è $b = 0$ allora l'asse di simmetria coincide con l'asse y ed il vertice sarà $V(0;c)$

- c rappresenta l'ordinata del punto di intersezione della parabola con l'asse y, in particolare :

Se $c = 0$ e $b \neq 0$ allora la parabola passa per l'origine.

Se $c = 0$ e $b = 0$ allora la parabola ha vertice nell'origine ed asse di simmetria coincidente con l'asse y.

Se $c \neq 0$ e $b = 0$ allora l'asse di simmetria è l'asse y e $V(0;c)$.

Un altro aspetto che influenza il grafico della parabola è il valore del discriminante Δ dell'equazione associata $ax^2 + bx + c = 0$. Tale equazione fornisce le ascisse degli eventuali punti di intersezione della parabola con l'asse x, quindi il discriminante influenza la posizione della parabola rispetto all'asse x:

- se $\Delta > 0$ allora l'equazione $ax^2 + bx + c = 0$ ha due soluzioni reali distinte, quindi la parabola interseca l'asse x in due punti distinti .

- se $\Delta < 0$ allora l'equazione $ax^2 + bx + c = 0$ non ha soluzioni reali, quindi la parabola non ha punti di intersezione con l'asse x.

- se $\Delta = 0$ allora l'equazione $ax^2 + bx + c = 0$ ha due soluzioni reali uguali, quindi la parabola è tangente all'asse x cioè il vertice è sull'asse x.

